Cálculo Diferencial – Derivadas

Prof. Flávio Murilo de Carvalho Leal

www.muriloleal.com.br - 2025

Objetivo

- Resumir as principais fórmulas, propriedades e aplicações de derivadas.

Definição Fundamental

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Propriedades de Derivação

- Linearidade: $(af + bg)' = af' + bg'$
- Constante: $(c)' = 0$
- Identidade: $(x)' = 1$
- Produto: $(uv)' = u'v + uv'$
- Quociente: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- Regra da Cadeia: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Tabela de Derivadas Mais Comuns

- $x^n \rightarrow (x^n)' = nx^{n-1}$
- $e^x \rightarrow (e^x)' = e^x$
- $a^x \rightarrow (a^x)' = a^x \ln a$
- $\ln x \rightarrow (\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $\log_a x \rightarrow (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
- $\sin x \rightarrow (\sin x)' = \cos x$
- $\cos x \rightarrow (\cos x)' = -\sin x$
- $\tan x \rightarrow (\tan x)' = \sec^2 x$
- $\cot x \rightarrow (\cot x)' = -\csc^2 x$
- $\sec x \rightarrow (\sec x)' = \sec x \tan x$
- $\csc x \rightarrow (\csc x)' = -\csc x \cot x$
- $\arcsin x \rightarrow (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\arccos x \rightarrow (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\arctan x \rightarrow (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Glossário

- $f'(x)$: derivada de f em x
- u, v : funções de x
- c : constante real
- a : base positiva ($a > 0, a \neq 1$)
- e : número de Euler (≈ 2.718)

Exemplo com Definição de Limite

Calcular $f'(x)$ para $f(x) = x^2$ usando a definição:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

Logo, $f'(x) = 2x$.

Aplicações

- Taxa de variação instantânea.
- Velocidade e aceleração em movimento.
- Crescimento e decréscimo de funções.
- Máximos e mínimos locais (otimização).
- Equação da reta tangente a uma curva.

Referências

- Stewart, J. – Cálculo, Vol. 1.
- Guidorizzi, H. – Um Curso de Cálculo.
- Thomas, G. – Cálculo.